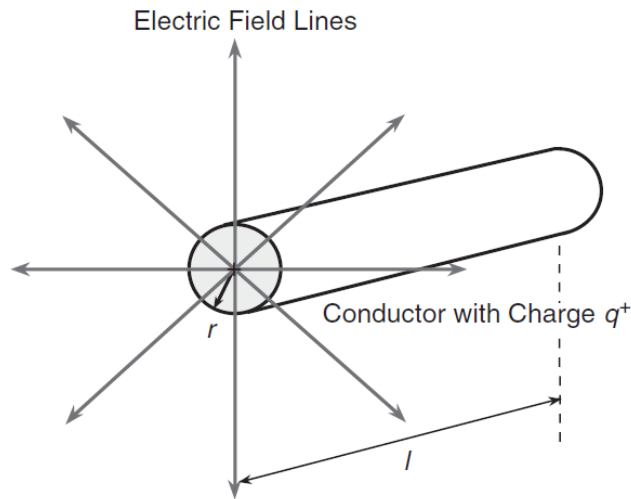




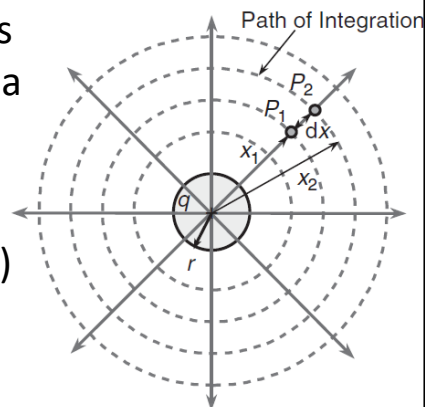
Capacitância Shunt



84

Capacitância Shunt

- Para que determinemos o potencial elétrico entre os pontos P_1 e P_2 é necessária a determinação de \vec{D} no entorno do condutor:
- $\oint \vec{D} ds = Q$ (Lei de Gauss)



85

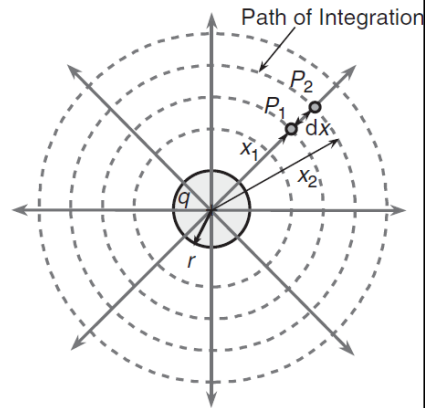
Capacitância Shunt

- Escolhendo uma superfície cilíndrica de raio x concêntrica ao condutor, tem-se:

- $|\vec{D}| l \oint ds = l q^+$

- $|\vec{D}| = \frac{q^+}{2\pi x}$ como $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

- $|\vec{E}| = \frac{q^+}{2\pi \epsilon x}$



86

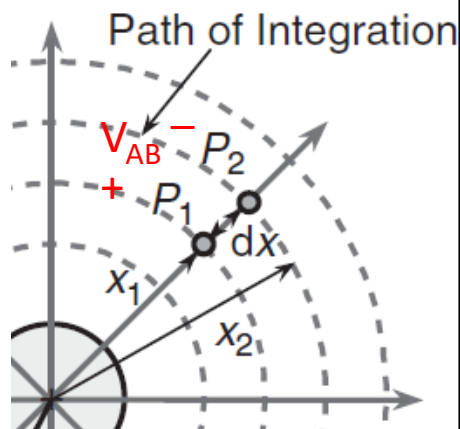
Capacitância Shunt

- A tensão entre os pontos de interesse serão:

- $V_{AB} = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} dl$

- $V_{AB} = \frac{q^+}{2\pi \epsilon} \int_{P_1}^{P_2} \frac{dx}{x}$

- $V_{AB} = \frac{q^+}{2\pi \epsilon} \ln \left(\frac{x_2}{x_1} \right)$



87

Capacitância Shunt

- Capacitância entre dois condutores sobre o solo:

O valor de V_{mg} depende da sua própria carga (e de sua imagem), e da carga do condutor vizinho e de sua respectiva imagem.

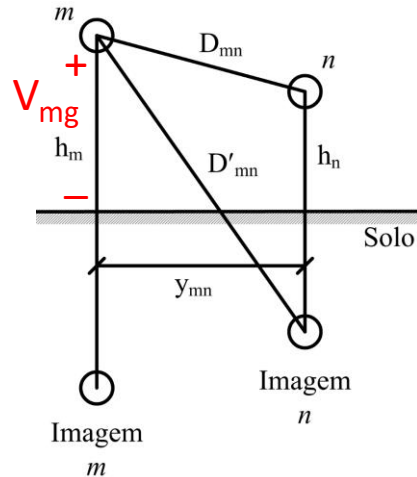
$$V_{mg} = V_{mg_{qm}} + V_{mg_{qm'}} + V_{mg_{qn}} + V_{mg_{qn'}}$$

$$V_{mg_{qm}} = \frac{q_m}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{h_m}{r_m}\right)$$

$$V_{mg_{qm'}} = -\frac{q_m}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{h_m}{2h_m}\right)$$

$$V_{mg_{qn}} = \frac{q_n}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{\sqrt{h_n^2 + y_{mn}^2}}{D_{mn}}\right)$$

$$V_{mg_{qn'}} = -\frac{q_n}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{\sqrt{h_n^2 + y_{mn}^2}}{D'_{mn}}\right)$$

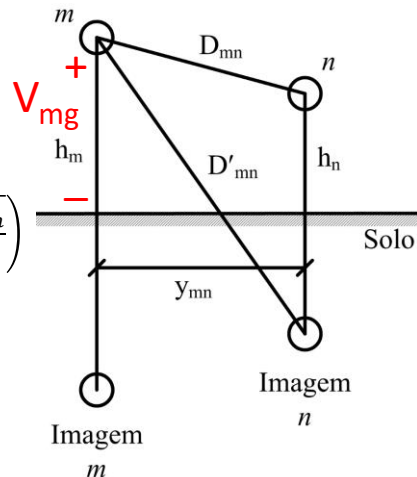


Capacitância Shunt

- Capacitância entre dois condutores sobre o solo:

O valor de V_{mg} depende da sua própria carga (e de sua imagem), e da carga do condutor vizinho e de sua respectiva imagem.

$$V_{mg} = \frac{q_m}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{h_m}{r_m}\right) - \frac{q_m}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{h_m}{2h_m}\right) + \frac{q_n}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{\sqrt{h_n^2 + y_{mn}^2}}{D_{mn}}\right) - \frac{q_n}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{\sqrt{h_n^2 + y_{mn}^2}}{D'_{mn}}\right)$$

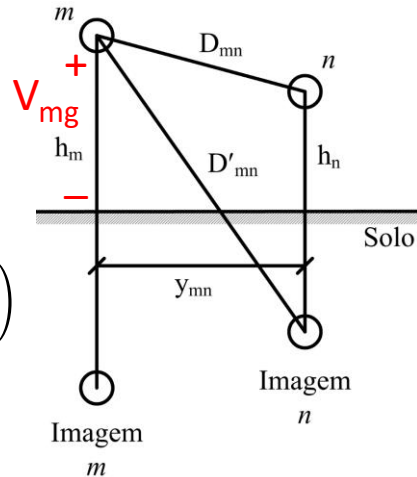


Capacitância Shunt

- Capacitância entre dois condutores sobre o solo:

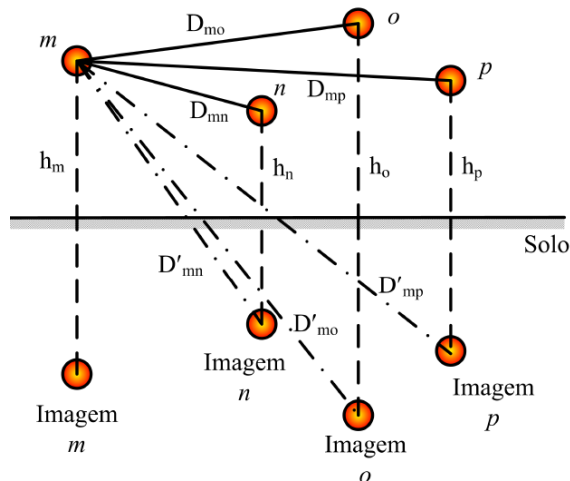
$$V_{mg} = \frac{q_m}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{h_m}{r_m} \frac{2h_m}{h_m}\right) + \frac{q_n}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{\sqrt{h_n^2 + y_{mn}^2}}{D_{mn}} \frac{D'_{mn}}{\sqrt{h_n^2 + y_{mn}^2}}\right)$$

$$V_{mg} = \frac{q_m}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{2h_m}{r_m}\right) + \frac{q_n}{2\pi\epsilon} \ln\left(\frac{D'_{mn}}{D_{mn}}\right)$$



Capacitância Shunt

- Capacitância de Múltiplos Condutores sobre o Solo



Capacitância Shunt

- Capacitância de Múltiplos Condutores sobre o

$$\begin{bmatrix} u_m \\ u_n \\ u_o \\ u_p \\ \vdots \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \begin{bmatrix} \log \frac{2h_m}{r_m} & \log \frac{D'_{mn}}{D_{mn}} & \log \frac{D'_{mo}}{D_{mo}} & \log \frac{D'_{mp}}{D_{mp}} & \cdots \\ \log \frac{D'_{mn}}{D_{mn}} & \log \frac{2h_n}{r_n} & \log \frac{D'_{no}}{D_{no}} & \log \frac{D'_{np}}{D_{np}} & \cdots \\ \log \frac{D'_{mn}}{D_{mn}} & \log \frac{D'_{no}}{D_{no}} & \log \frac{2h_o}{r_o} & \log \frac{D'_{op}}{D_{op}} & \cdots \\ \log \frac{D'_{mn}}{D_{mn}} & \log \frac{D'_{no}}{D_{no}} & \log \frac{D'_{op}}{D_{op}} & \log \frac{2h_p}{r_p} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_m \\ q_n \\ q_o \\ q_p \\ \vdots \end{bmatrix}$$

- Diagonal principal: Termos próprios
- Demais elementos: Termos mútuos

92

Capacitância Shunt

- Tensão de Múltiplos Condutores sobre o Solo

- Vimos que:

$$\mathbf{U} = \mathbf{P} \mathbf{Q}$$

$$\begin{bmatrix} u_m \\ u_n \\ u_o \\ u_p \\ \vdots \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \begin{bmatrix} \log \frac{2h_m}{r_m} & \log \frac{D'_{mn}}{D_{mn}} & \log \frac{D'_{mo}}{D_{mo}} & \log \frac{D'_{mp}}{D_{mp}} & \cdots \\ \log \frac{D'_{mn}}{D_{mn}} & \log \frac{2h_n}{r_n} & \log \frac{D'_{no}}{D_{no}} & \log \frac{D'_{np}}{D_{np}} & \cdots \\ \log \frac{D'_{mn}}{D_{mn}} & \log \frac{D'_{no}}{D_{no}} & \log \frac{2h_o}{r_o} & \log \frac{D'_{op}}{D_{op}} & \cdots \\ \log \frac{D'_{mn}}{D_{mn}} & \log \frac{D'_{no}}{D_{no}} & \log \frac{D'_{op}}{D_{op}} & \log \frac{2h_p}{r_p} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_m \\ q_n \\ q_o \\ q_p \\ \vdots \end{bmatrix}$$

93

Capacitância Shunt

- Tensão de Múltiplos Condutores sobre o Solo

- Sabemos que:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{C} \mathbf{U}$$

- Assim

$$\mathbf{C} = \mathbf{P}^{-1}$$